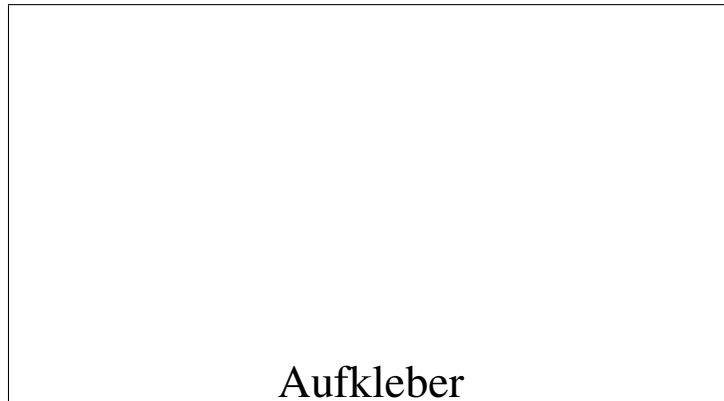




Modellierung

PROF. DR. UWE KASTENS
MITTWOCH, 16. FEBRUAR 2011



Bitte sorgfältig durchlesen und beachten!

- Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Klausurexemplares (9 Aufgaben, 30 Seiten).
- Verwenden Sie keinen Rotstift und keinen Bleistift.
- Werden zu einer Aufgabe mehrere Lösungen angegeben, so gilt die Aufgabe als NICHT gelöst.
- Falls Sie ein Blatt mit Notizen als Hilfsmittel benutzen, geben Sie es mit der Klausur ab.
- Viel Erfolg!

Aufgabe	Thema	Punkte
1	Verständnisfragen	/ 24
2	Wertebereiche	/ 22
3	Beweise	/ 12
4	Terme und Algebren	/ 23
5	Logik	/ 14
6	Verifikation	/ 15
7	Graphen	/ 22
8	Strukturen	/ 30
9	Abläufe	/ 18

AUFGABE 1: Verständnisfragen

(24 Punkte)

1. Geben Sie den **Wertebereich** $\text{Pow}(\{1\}) \times \text{Pow}(\{1\})$ als Menge in extensionaler Notation an. 2 P

2. Lösen Sie in dem folgenden Satz die Implikation in der Behauptung auf. Geben Sie die resultierende **Voraussetzung** und **Behauptung** an. 2 P

Sei $|a| > 2$. Wenn $a < 0$ ist, dann ist a nicht größer als -2 .

Voraussetzung: _____

Behauptung: _____

3. Gegeben ist der folgende Term in Infix-Notation $((a * b) - (c + d)) / e$. Schreiben Sie ihn in **Postfix**-Notation: 2 P

Schreiben Sie ihn in **Präfix**-Notation:

4. Welchen Term liefert die **Substitution** $f(x, y)[y/f(y, x), x/y]$? 1 P

5. Formalisieren Sie die folgende Aussage durch eine **prädikatenlogische Formel**. 1 P

Für jede ganze Zahl x gibt es eine ganze Zahl y , sodass die Summe von x und y Null ist.

6. Geben Sie für die folgende Zuweisung eine **Vorbedingung** an, sodass die Zuweisungsregel gilt. 1 P

{ _____ } $x := y-1; \{x \in \mathbb{N} \wedge y > 5\}$

7. Wie viele Kanten hat ein gerichteter, stark zusammenhängender Graph mit $n > 0$ Knoten **mindestens** und **höchstens**? 2 P

8. Zeichnen Sie den **Graph** G und markieren Sie einen **Spannbaum** von G . 2 P

$$G = (\{a, b, c, d\}, \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c\}\})$$

9. **Ordnen** Sie die folgenden Strukturen von der Speziellsten zur Allgemeinen: 2 P

- (a) Vollständiger Binärbaum
- (b) Baum
- (c) Einzelner Knoten ($G = (\{u\}, \emptyset)$)
- (d) Binärbaum

_____ ist ein _____ ist ein _____ ist ein _____

10. Zeichnen Sie den **Baum** des folgenden XML-Texts: 2 P

```
<html>
<head></head>
<body>Hallo</body>
</html>
```

11. Zeichnen Sie ein **ER-Diagramm**, das folgenden Sachverhalt beschreibt: 3 P

Eine Übungsgruppe besteht aus zwei bis vier Studenten.
Ein Student ist in höchstens einer Übungsgruppe.

12. Geben Sie die **Menge von Wörtern** extensional an, die durch den Regulären Ausdruck $a(b|c)^2d$ beschrieben wird.

2 P

13. Zeichnen Sie ein einfaches **Petri-Netz** mit einer Stelle, einer Transition und einer passenden Markierung, das genau 3 mal schalten kann.

2 P

AUFGABE 2: Wertebereiche

(22 Punkte)

1. Wertebereiche lesen und schreiben

5 P

Füllen Sie die leeren Zellen in der folgenden Tabelle so aus, dass das **Element** zu dem entsprechenden **Wertebereich** passt.

Als Wertebereich dürfen nur die nachfolgend angegebenen Grundmengen und die in der Vorlesung definierten Verknüpfungsoperationen zur Bildung zusammengesetzter Wertebereiche verwendet werden.

$$\begin{aligned} K &:= \{a, b, c\} \\ L &:= \{1, 2\} \\ M &:= \{0\} \end{aligned}$$

Element	Wertebereich
	$Pow(K)$
$(a, 1, 2)$	
	M^3
$(\{b, c\}, (0, 1))$	
	$L \rightarrow Pow(M)$
$\{(a, 1), (b, 0), (b, 2)\}$	

Welche **Kardinalität** haben die folgenden Wertebereiche?

Wertebereich	Kardinalität
$(L \cup M)^4$	
$K \times Pow(L)$	
$L^* \setminus L^+$	

2. Modellierung mit Wertebereichen

Es soll die Konfigurierung von Autos in verschiedenen Varianten modelliert werden.

- (a) Ein Auto kann mit Diesel- oder Benzinmotor ausgerüstet sein.

1 P

$Motor :=$ _____

- (b) Ein Auto kann 2-5 Türen besitzen.

1 P

$Türenzahl :=$ _____

- (c) Ein Auto kann mit keiner, einer oder mehreren der folgenden Sonderausstattungen ausgerüstet sein:

1 P

Automatikgetriebe, Klimaanlage, Nebelscheinwerfer.

$Sonderausstattungen :=$ _____

- (d) Eine Farbe im RGB-Farbmodell wird durch drei Zahlen zwischen 0 und 255 beschrieben. 1 P

Farbe := _____

- (e) Eine Autokonfiguration ist durch die Art des Motors, die Anzahl der Türen, die Sonderausstattungen und die Farbe beschrieben. 1 P

Autokonfiguration := _____

- (f) Eine Bestellnummer ist eine zehnstellige Folge der Ziffern 0 bis 9. 1 P

Bestellnummer := _____

- (g) Das Lieferverzeichnis ordnet jeder Autokonfiguration eine Bestellnummer zu. 1 P

Lieferverzeichnis := _____

3. Eigenschaften von Relationen

Gegeben seien die folgenden Relationen:

$$\begin{aligned} R_1 &:= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\} \subseteq \{1, 2, 3\}^2 \\ R_2 &:= \{(a, a), (a, b), (b, a)\} \subseteq \{a, b\}^2 \\ R_3 &:= \{(x, y) \mid x = 2 \cdot y\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N} \end{aligned}$$

Hinweis: Die Menge \mathbb{N} enthalte nicht die Null.

- (a) Erweitern Sie die Relation R_1 zu einer **symmetrischen** Relation R'_1 . 1 P
 R'_1 soll möglichst wenige Elemente enthalten.

$$R'_1 := R_1 \cup$$

- (b) Ist die Relation R_1 **transitiv**? (kurze Begründung oder ggf. Gegenbeispiel) 1 P

- (c) Ist die Relation R_2 **symmetrisch**? (kurze Begründung oder ggf. Gegenbeispiel) 1 P

- (d) Ist die Relation R_2 **transitiv**? (kurze Begründung oder ggf. Gegenbeispiel) 1 P

- (e) Ist die Relation R_3 eine **Funktion**? (kurze Begründung oder ggf. Gegenbeispiel) 1 P

(f) Ist die Relation R_3 **irreflexiv**? (kurze Begründung oder ggf. Gegenbeispiel)

1 P

4. Modellierung mit Funktionen

Fünf Freunde modellieren ihre Urlaubspläne durch eine **Funktion**

$$\textit{Reiseziel} : \textit{Person} \rightarrow \textit{Stadt}$$

die angibt, wer wohin fährt. Dabei sei $\textit{Person} := \{Anna, Bernd, Hans, Sabine, Thomas\}$ und $\textit{Stadt} := \{Berlin, London, Rom, Paris, Wien\}$.

(a) Was bedeutet es bezogen auf den modellierten Ausschnitt der realen Welt, wenn die Funktion $\textit{Reiseziel}$ **total** ist?

1 P

(b) Überprüfen Sie die Funktion $\textit{Reiseziel} = \{(Hans, Rom), (Thomas, Rom)\}$ auf **Injektivität** und **Surjektivität**.

1 P

(c) Wie müßte man die **Signatur** der Funktion $\textit{Reiseziel}$ ändern, damit jede Person auch mehrere Städte besuchen kann? Dabei soll die Reihenfolge der Städtebesuche keine Rolle spielen.

1 P

$$\textit{Reiseziel}' : \textit{Person} \rightarrow \underline{\hspace{4cm}}$$

(d) Kann die Funktion $\textit{Reiseziel}'$ aus Teil (c) mit den gegebenen Grundmengen \textit{Person} und \textit{Stadt} **bijektiv** sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

1 P

AUFGABE 3: Beweise

(12 Punkte)

1. Strukturieren und widerlegen eines Satzes

Es sei der folgende Satz gegeben:

Seien a, b natürliche Zahlen und c eine ganze Zahl. Wenn $c = a - b$ gilt, ist c eine natürliche Zahl.

Hinweis: Die natürlichen Zahlen enthalten nicht die Null.

(a) Geben Sie die **formalisierte Voraussetzung** des Satzes an.

2 P

(b) Geben Sie die **formalisierte Behauptung** des Satzes an.

2 P

(c) Zeigen Sie, dass der obige Satz falsch ist, indem Sie ein **Gegenbeispiel** angeben.

2 P

2. Widerspruchsbeweis

Gegeben Sei der folgende Satz:

Es gibt unendlich viele Zweierpotenzen $(2^0, 2^1, 2^2, \dots)$

(a) Geben Sie das **Gegenteil** der Behauptung an.

2 P

(b) Beweisen Sie den Satz durch einen **Widerspruchsbeweis**.

4 P

AUFGABE 4: Terme und Algebren

(23 Punkte)

1. Unifikationsverfahren nach Robinson

Folgende zwei Terme in Funktionsnotation seien gegeben:

$$\begin{aligned} s &:= f(g(v), h(g(1)), g(x), x) \\ t &:= f(u, h(u), g(y), h(0)) \end{aligned}$$

Dabei seien u, v, x, y Variablen und $0, 1$ Konstanten.

(a) **Unifizieren** Sie die Terme mit Hilfe des **Verfahrens von Robinson**. 5 P

Benutzen Sie in dem folgenden Schema so viele Schritte wie Sie für die Lösung benötigen und kennzeichnen Sie die **Abweichungspaare** durch **Unterstreichen**.
Hinweis: Eine Ersatztafel finden Sie auf der folgenden Seite.

Schritt	Terme	Substitutionen
0	$s := f(g(v), h(g(1)), g(x), x)$ $t := f(u, h(u), g(y), h(0))$	$\sigma = []$
1	$s :=$ $t :=$	$\sigma = [[]]$
2		
3		
4		
5		

Kombinieren Sie die einzelnen Substitutionen zu einer **mehrfachen Substitution**:

$$\sigma' = \underline{\hspace{15em}}$$

(b) **Umfasst** einer der beiden Terme den anderen? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P

ERSATZTABELLE:

Fall Sie die folgende Tabelle benutzen, streichen Sie die vorherige durch.

Schritt	Terme	Substitutionen
0	$s := f(g(v), h(g(1)), g(x), x)$ $t := f(u, h(u), g(y), h(0))$	$\sigma = []$
1	$s :=$ $t :=$	$\sigma = [] [\quad]$
2		
3		
4		
5		

2. Korrekte Terme

In dieser Teilaufgabe werden die Sorten $S := \{A, B\}$ verwendet.

(a) Gegeben sei folgender Term:

$$h(g(f(a), b), h(b, a))$$

2 P

Ergänzen Sie in der nachfolgenden Definition von F die **unterstrichenen Stellen** so, dass dieser Term in $\Sigma := (S, F)$ ein **korrekter Term der Sorte A** ist.

$$F := \left\{ \begin{array}{ll} a : & \rightarrow A \\ b : & \rightarrow B \\ f : \underline{\quad} & \rightarrow \underline{\quad} \\ g : B \times \underline{\quad} & \rightarrow \underline{\quad} \\ h : \underline{\quad} \times \underline{\quad} & \rightarrow \underline{\quad} \end{array} \right\}$$

(b) Sei nun $\Sigma_2 := (S, F_2)$ mit folgenden Operationen:

$$F_2 := \left\{ \begin{array}{ll} a : & \rightarrow A \\ b : & \rightarrow B \\ d : A & \rightarrow A \\ e : A \times B & \rightarrow A \end{array} \right\}$$

2 P

Geben Sie **alle korrekten Grundterme** zur Signatur Σ_2 bis zur Schachtelungstiefe 2 in Funktionsnotation an.

Hinweis: Ein Term, der nur aus einer Konstanten besteht, hat Schachtelungstiefe 0.

Schachtelungstiefe	korrekte Terme
0	
1	
2	

3. Abstrakte Algebra für eine Schlange

Diese Teilaufgabe verwendet die folgende abstrakte Algebra *Schlange* $:= (\tau, \Sigma, Q)$.

Signatur: $\Sigma := (S, F)$

$$S := \{ \text{QUEUE}, \text{ELEM} \}$$

$$F := \left\{ \begin{array}{ll} \text{create} : & \rightarrow \text{QUEUE} \\ \text{enq} : \text{QUEUE} \times \text{ELEM} & \rightarrow \text{QUEUE} \\ \text{deq} : \text{QUEUE} & \rightarrow \text{QUEUE} \\ \text{first} : \text{QUEUE} & \rightarrow \text{ELEM} \\ \text{last} : \text{QUEUE} & \rightarrow \text{ELEM} \end{array} \right\}$$

Axiome: Seien x, y Terme der Sorte *ELEM* und s ein Term der Sorte *QUEUE*:

$$Q := \left\{ \begin{array}{ll} \text{deq}(\text{enq}(\text{create}, x)) & \rightarrow \text{create} & (Q_1) \\ \text{deq}(\text{enq}(\text{enq}(s, x), y)) & \rightarrow \text{enq}(\text{deq}(\text{enq}(s, x)), y) & (Q_2) \\ \text{front}(\text{enq}(\text{create}, x)) & \rightarrow x & (Q_3) \\ \text{front}(\text{enq}(\text{enq}(s, x), y)) & \rightarrow \text{front}(\text{enq}(s, x)) & (Q_4) \\ \text{last}(\text{enq}(s, x)) & \rightarrow x & (Q_5) \end{array} \right\}$$

Beschreibung: Die Sorte *QUEUE* repräsentiert eine Schlange mit Einträgen der Sorte *ELEM*. Die Konstante *create* steht für die leere Schlange, mit der Operation *enq* wird ein Element am Ende der Schlange angefügt. Die Operation *deq* entfernt ein Element vom Anfang der Schlange. Die Operation *first* liefert das vor allen anderen Elementen eingefügte Element der Schlange, analog liefert *last* das zuletzt eingefügte. Die Operationen *create* und *enq* sind die einzigen **Konstruktoren** der Algebra.

(a) **Klassifizieren** Sie die folgenden Operationen der Algebra.

2 P

Operation	Klassifikation
<i>deq</i>	
<i>first</i>	
<i>last</i>	

(b) Welche der folgenden Terme sind **undefiniert**? Begründen Sie Ihre Antwort.
Hinweis: *a, b* stehen für Terme der Sorte *ELEM*.

2 P

i. $enq(deq(enq(create, a)), b)$

ii. $enq(enq(deq(create), a), b)$

(c) Geben Sie einen möglichst kurzen Term an, der eine **Fehlersituation** zu *last* repräsentiert.

1 P

(d) Formen Sie den folgenden Term in **Normalform** um.

3 P

$$deq(enq(enq(create, last(enq(enq(create, a), b))), c))$$

a, b, c stehen für Terme der Sorte *ELEM*. Geben Sie bei jedem Schritt die Nummer des benutzten Axioms an.

4. Abstrakte Algebra erweitern

Die abstrakte Algebra *Schlange* aus der vorangehenden Teilaufgabe soll um eine Operation *hasLengthOne* erweitert werden.

Die Operation *hasLengthOne* überprüft, ob eine Schlange genau ein Element enthält.

Dafür wird in der Signatur $\Sigma' := (S', F')$ die Menge der Sorten wie folgt erweitert:

$$S' := S \cup \{BOOL\}$$

Die Hilfssorte *BOOL* definiert die Konstanten *true* und *false*.

- (a) **Erweitern** Sie entsprechend die Menge *F* um die Operation *hasLengthOne* mit ihrer **Signatur**.

1 P

- (b) **Erweitern** Sie die Menge *Q* um geeignete **Axiome**, mit denen das Ergebnis der Operation *hasLengthOne* für jede Schlange bestimmt werden kann.

4 P

AUFGABE 5: Logik

(14 Punkte)

1. Aussagenlogik

Max hat drei gute Freundinnen, die allerdings gerade ein wenig zerstritten sind. Für die Planung seiner Geburtstagsparty muss er deshalb einige Bedingungen beachten.

(a) Helfen Sie ihm, indem Sie die nachfolgenden umgangssprachlichen Aussagen **durch aussagenlogische Formeln ausdrücken**. Verwenden Sie dabei C für die Aussage “Claudia wird eingeladen” und analog E bzw. M für “Eva wird eingeladen” bzw. “Maren wird eingeladen”.

- Wenn Claudia nicht eingeladen wird, darf auch Maren nicht eingeladen werden. 1 P

- Wenn Eva nicht eingeladen wird, darf auch Claudia nicht eingeladen werden. 1 P

- Eine der drei Freundinnen muss eingeladen werden. 1 P

(b) Zeigen Sie durch einen **Widerspruchsbeweis**, dass aus obigen Bedingungen logisch geschlossen werden kann, dass Eva eingeladen werden muss. Überlegen Sie sich dazu zunächst, **welche Formel Sie überprüfen müssen** und stellen Sie dann für diese Formel eine **Wahrheitstafel** auf (siehe nächste Seite). 5 P

Zu überprüfende Formel:

$\alpha :=$ _____

Wahrheitstafel (leere Spalte geeignet unterteilen):

$\mathfrak{S}(C)$	$\mathfrak{S}(E)$	$\mathfrak{S}(M)$		$\mathfrak{S}(\alpha)$
w	w	w		
w	w	f		
w	f	w		
w	f	f		
f	w	w		
f	w	f		
f	f	w		
f	f	f		

Welche Wahrheitswerte müssen in der letzten Spalte der Wahrheitstafel stehen, damit der logische Schluss korrekt ist?

2. Prädikatenlogik

- (a) Formen Sie die folgende prädikatenlogische Formel in **pränexe Normalform** um. Geben Sie mindestens 2 Zwischenschritte und das Ergebnis an.

2 P

$$\forall z (\forall y \exists z P(x, y, z) \rightarrow R(x, z))$$

- (b) Bestimmen Sie die **Interpretation** der prädikatenlogischen Formel

4 P

$$\forall x \exists y (P(y) \wedge Q(x, y))$$

für das Universum $U := \{1, 2, 3\}$, wobei die Prädikatsymbole interpretiert werden sollen durch $\mathfrak{S}(P) = \{1, 3\}$ und $\mathfrak{S}(Q) = \{(a, b) \mid a, b \in U \text{ und } a \neq b\}$.

$\mathfrak{S}(x)$	$\mathfrak{S}(y)$	$\mathfrak{S}(P(y))$	$\mathfrak{S}(Q(x, y))$	$\mathfrak{S}(P(y) \wedge Q(x, y))$

$\mathfrak{S}(\forall x \exists y (P(y) \wedge Q(x, y))) = \underline{\hspace{2cm}}$

AUFGABE 6: Verifikation

(15 Punkte)

Verwenden Sie im Folgenden die Regeln der formalen Verifikation aus der Vorlesung. Wenden Sie die Regeln **korrekt und präzise** an.

1. Zuweisung

4 P

Gegeben ist der folgende Algorithmus und die **Vorbedingung** $y = 5$. Zeigen Sie, dass am Ende des Algorithmus die **Nachbedingung** $x = 50$ gilt.

$$x = 2 * y$$

$$x = x * y$$

KOPIE des Programms:

Falls Sie Ihre Lösung in die folgende Kopie eintragen, streichen Sie die vorherige durch.

$$x = 2 * y$$

$$x = x * y$$

2. Schleife

Gegeben ist der folgende Algorithmus und die **Vorbedingung** $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass am Ende des Algorithmus die **Nachbedingung** $x = 2^n$ gilt. Wählen Sie dazu aus den folgenden Aussagen eine gültige **Schleifeninvariante** aus.

- $x = 2^i - 1 \wedge i \leq n \wedge i \in \mathbb{N}_0$
- $x = 2^i \wedge i \leq n \wedge i \in \mathbb{N}_0$
- $x = 2^i + 1 \wedge i \leq n \wedge i \in \mathbb{N}_0$

Hinweis: Weil die Variable der Vorbedingung durch den Algorithmus nicht geändert wird, dürfen Sie die Vorbedingung an allen Stellen des Programms benutzen, ohne dies zu zeigen.

x:=0

i:=0

solange $i < n$ **wiederhole**

$x := x + 2^i$

$i := i + 1$

x:=x+1

KOPIE des Programms:

Falls Sie Ihre Lösung in die folgende Kopie eintragen, streichen Sie die vorherige durch.

x:=0

i:=0

solange $i < n$ wiederhole

$x := x + 2^i$

$i := i + 1$

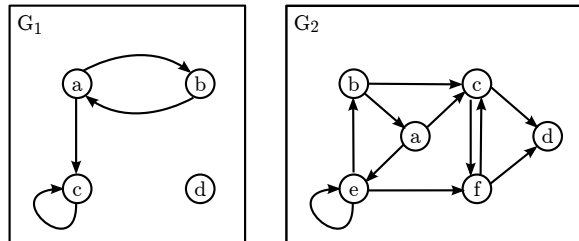
x:=x+1

AUFGABE 7: Graphen

(22 Punkte)

1. Gerichtete Graphen

Gegeben seien die folgenden Graphen G_1 und G_2 :



(a) Geben Sie die **Kantenmenge** des Graphen G_1 an.

2 P

$E = \{ \text{_____} \}$

(b) Geben Sie die **Adjazenzmatrix** des Graphen G_1 an.

2 P

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

(c) Geben Sie für jeden Knoten des Graphen G_1 den **Eingangs-** und **Ausgangsgrad** an. Geben Sie auch den **Grad des Graphen** G_1 an.

2 P

	Eingangsgrad	Ausgangsgrad
a		
b		
c		
d		

$\text{Grad}(G_1) = \text{_____}$

(d) Zeichnen Sie den durch die Knotenmenge $\{a, b, c, f\}$ **induzierten Teilgraphen** von G_2 .

2 P

(e) Kreisen Sie im Graphen G_2 alle starken **Zusammenhangskomponenten** ein.

2 P

2. Ungerichtete Graphen

Gegeben sei der folgende ungerichtete Graph $G_3 = (V_3, E_3)$

$$V_3 = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$E_3 = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{c, f\}, \{e, f\}\}$$

(a) **Zeichnen** Sie den Graphen G_3 .

2 P

(b) Geben Sie einen **Hamilton-Kreis** in G_3 als Folge von Knoten an oder begründen Sie, warum es einen solchen nicht gibt.

2 P

(c) Geben Sie einen **Euler-Weg** in G_3 als Folge von Knoten an oder begründen Sie, warum es einen solchen nicht gibt.

2 P

(d) Zeichnen Sie einen **Spannbaum** des Graphen G_3 .

1 P

3. Modellierung von Zimmerwünschen

Anna, Bernd, Christian, Dieter und Eva möchten je genau ein Hotelzimmer für ihren gemeinsamen Urlaub buchen. Es sind genau fünf Zimmer Z_1, \dots, Z_5 frei, deren Lage in der unten stehenden Grafik zu sehen ist. **Anna** möchte in Zimmer 2 oder 3 wohnen. **Bernd** will ein Zimmer mit nur einem Nachbarzimmer. **Christian** möchte in Zimmer 1 oder 3 wohnen. **Dieter** möchte das Zimmer in der Mitte haben. **Eva** ist mit jedem der Zimmer zufrieden.

Es soll nun jedem der Fünf so ein eigenes Zimmer zugeordnet werden, dass alle Wünsche erfüllt sind.

Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
----	----	----	----	----

(a) Welches **graphentheoretische Problem** liegt vor?

1 P

(b) Modellieren Sie das Problem mit Hilfe eines **Graphen**.

2 P

(c) Geben Sie eine **Zuordnung als Tabelle** an, die alle Wünsche erfüllt.

2 P

AUFGABE 8: Strukturen

(30 Punkte)

1. Kontextfreie Grammatik

Wir modellieren die Struktur von Firmen mit einer kontextfreien Grammatik G . Die Menge der Produktionen P ist wie folgt gegeben. Dabei beschreibt A eine Abteilung.

```
P := {  
    P1: Firma      ::= Name Vorstand As  
    P2: Vorstand  ::= '[' Namen ']  
    P3: Namen     ::= Namen ', ' Name  
    P4: Namen     ::= Name  
    P5: As        ::= A As  
    P6: As        ::=   
    P7: A         ::= '(' Name As ')'  
}
```

(a) Geben Sie die übrigen **Komponenten von G** an

2 P

(b) Geben Sie einen **Satz** von G an, in dem zwei Abteilungen vorkommen.

1 P

(c) Geben Sie für den kürzesten Satz von G eine **Ableitung** an.

3 P

(d) Zeichnen Sie einen **Ableitungsbaum** für den Satz aus Teilaufgabe (c).

2 P

(e) Ersetzen Sie die Produktion P3 durch eine Produktion P3a, sodass G **mehrdeutig** wird aber $L(G)$ sich nicht ändert.

2 P

P3a: _____

(f) Ersetzen Sie in der ursprünglichen Grammatik G die Produktionen P3 und P4 durch eine Produktion P3x, sowie P5 und P6 durch eine Produktion P5x, indem Sie die **Folgenoperatoren** + oder * verwenden. $L(G)$ soll sich dabei nicht ändern.

2 P

P3x: _____

P5x: _____

- (g) Schreiben Sie G systematisch in eine **DTD** um. Lassen Sie dabei die Klammersymbole $[] ()$ und das Trennzeichen “,” aus G weg. Die Produktionen $P3x$ und $P5x$ aus Teilaufgabe (f) dürfen Sie verwenden. Bilden Sie Terminale der Grammatik auf entsprechend benannte Tags ab.

3 P

- (h) Geben Sie einen **XML-Text** zu der DTD an, der der in Teilaufgabe (d) dargestellten Firmenstruktur entspricht.

3 P

2. ER-Modell

(a) Modellieren Sie folgende Sachverhalte durch ein **ER-Modell**:

4 P

- Ein Kunde hat einen Namen und eine Kundennummer, die ihn eindeutig identifiziert.
- Ein Auftrag hat ein Datum.
- Ein KFZ hat ein Baujahr.
- Ein PKW hat eine Farbe.
- Ein Motorrad hat einen Tuningsatz.
- PKW und Motorräder sind spezielle KFZ.
- Ein Kunde besitzt KFZ und erteilt Aufträge.
- Ein Auftrag bezieht sich auf ein KFZ.

(b) Ergänzen Sie so **Schlüsselattribute**, dass jede Entity durch genau ein Schlüsselattribut identifiziert wird.

2 P

(c) Drücken Sie durch **Kardinalitäten** aus, dass

2 P

- ein Auftrag von genau einem Kunden erteilt wird
- jedes KFZ einen, aber höchstens 3 Kunden als Besitzer hat.

Ansonsten soll das Modell nicht durch weitere Kardinalitäten eingeschränkt werden.

(d) Formalisieren Sie das ER-Modell aus den Teilaufgaben (a) bis (c) als **UML Klassendiagramm**.

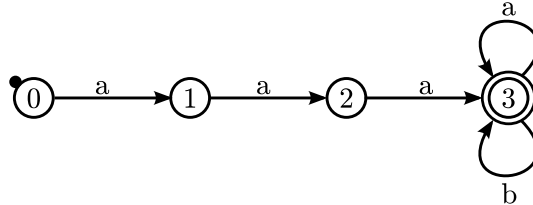
4 P

AUFGABE 9: Abläufe

(18 Punkte)

1. Endliche Automaten

Betrachten Sie folgenden endlichen Automaten A über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:



(a) Geben Sie die akzeptierte Sprache $L(A)$ als regulären Ausdruck an

1 P

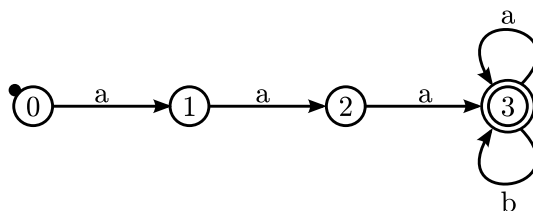
$L(A) =$ _____

(b) Geben Sie A als 5-Tupel an und beschreiben Sie die Übergangsfunktion als Tabelle

2 P

(c) Erweitern Sie die folgende Abbildung des DEA A zu einem DEA B , der alle Zeichenfolgen über Σ akzeptiert, die das Teilwort aaa enthalten, z.B. $abaab\underline{aaa}abb$.

3 P



(d) Geben Sie die Sprache $L(B)$ als regulären Ausdruck an

2 P

$L(B) =$ _____

2. Modellieren mit endlichen Automaten

(a) Modellieren Sie die Bedienung eines Getränkeautomaten mit folgenden Eigenschaften durch einen **Automaten**

6 P

- Zuerst wählt man Kaffee (**K**) oder Tee (**T**).
- Zu Kaffee kann man dann höchstens einmal Sahne (**S**) wählen.
- Nach der Auswahl können 1-Euro-Münzen (**1**) eingeworfen werden.
- Kaffee kostet 2 Euro, Tee 1 Euro; Sahne kostet zusätzlich 1 Euro.
- Im Endzustand des Automaten muss der Preis des Getränks exakt bezahlt sein.
- Stellen Sie sicher, dass nach dem Einwerfen eines Geldstücks Sahne nicht mehr gewählt werden kann.

(b) Erweitern Sie den Automaten so um **Ausgabe**, dass er anzeigt, wie viel Geld noch zu bezahlen ist. Geben Sie an, ob Sie einen Mealy oder Moore Automaten konstruieren.

2 P

(c) Geben Sie die vom Automaten akzeptierte Sprache als **Menge von Worten** an.

2 P